dr. Julie Menne, Julie Menne Instituut

Productief oefenen in groep 1 t/m 8

Productief oefenen is een krachtig didactisch middel dat inzetbaar is door de gehele basisschool. Het combineert eigen producties van leerlingen met oefenen en bevordert zodoende het leren van basiskennis en -vaardigheden. Doordat leerlingen creatief nadenken over de leerstof, komen ze bovendien tot dieper inzicht. In dit artikel wordt per cluster van twee groepen een voorbeeld gegeven van een productieve oefenles. Hiermee wordt duidelijk wat onder productief oefenen in het algemeen en het laten maken van eigen producties in het bijzonder wordt verstaan.

Groep 1&2: Bekerbal

Om alvast even te oefenen voor de naderende sportdag heeft de leerkracht *Bekerbal* meegenomen. Het materiaal dat daarbij hoort bestaat uit zestig bekers in zes verschillende kleuren en van elke kleur zijn er tien.[1] Ze laat de oranje bekers zien. Wie kan er een toren bouwen met deze bekers? Nadat leerlingen spontaan de bekers zijn gaan tellen en in en op elkaar hebben gestapeld, vraagt de leerkracht of ze een toren volgens het principe van het halfsteensverband kunnen bouwen. Dat lukt. Zie afbeelding 1.

1



Lisa bouwt een toren met bekers volgens het principe van het halfsteensverband.

Het is een driehoek geworden, concludeert Simon. De leerkracht trekt met haar vinger langs de zijden en telt hardop: *Een, twee, drie, drie hoeken. Ja, de toren heeft de vorm van een driehoek.* De andere leerlingen zien het nu ook. *Hoeveel bekers zitten er in de toren? Als dit een rij is* (wijst de onderste laag aan), *hoeveel rijen telt de toren dan? Hoeveel bekers staan er in elke rij?* De leerkracht beweegt daarbij haar vinger in horizontale richting langs de onderste rij, dan naar de rij daarboven, en zo verder. De leerlingen zeggen: *Vier, drie, twee, een.* Dan kondigt ze aan zogenaamd een bal te gaan gooien en moeten de leerlingen zeggen hoeveel bekers er zijn omgegooid. Ze vraagt de leerlingen de ogen te sluiten, hun hoofd op de knieën te leggen en te denken aan de driehoek. *Zie je de driehoek met vier rijen nog aan de binnenkant van je ogen? Dan is het goed.* Als niemand kijkt, haalt ze vier bekers weg en verstopt deze achter haar rug. *Hoeveel zijn er weg?* Tamara weet het: *Vier.* De leerkracht vraagt dan: *Hoeveel zijn er over?* Een aantal leerlingen geven *zes* als antwoord. *Ja, want samen zijn het tien bekers,* vult de leerkracht aan. Hiermee lijkt de kous af, maar de leerkracht vraagt: *Wijs eens aan waar jij denkt dat er bekers zijn weggehaald.* Volgens Tamara zijn de bekers van de onderste rij weggenomen. Zie afbeelding 2.

2



Volgens Tamara zijn de bekers van de onderste rij weggenomen.

Zij heeft goed aan de oorspronkelijke driehoek gedacht. De leerkracht verklapt dat ze de bekers niet van de onderste rij heeft afgehaald, maar van het 'trappetje'. Om te laten zien wat ze bedoelt, voegt ze aan de zijkant van de toren van onder naar boven per laag een beker toe. Vervolgens herhaalt ze de oefening een paar keer. Bij de vraag hoeveel bekers er zogenaamd zijn omgegooid, brengt ze de oorspronkelijke vorm van de toren in herinnering. Door hieraan te denken kunnen leerlingen eenvoudig achterhalen hoeveel er weg zijn. Ze tellen (verkort) wat er niet meer is. De leerkracht vraagt als er slechts een,

3a



Welke sommen passen erbij?

$4+2=6$ $3+1=4$
$2+4=6$ $1+3=4$

$6+4=10$ $10-6=4$
$4+6=10$ $10-4=6$

3b



Welke sommen passen erbij?

$4+1=5$ $3+2=5$
$1+4=5$ $2+3=5$

$5+5=10$ $10-5=5$
$5+5=10$ $10-5=5$

twee of drie bekers blijven staan, hoe je makkelijk kunt bepalen hoeveel er zijn omgegooid. *Door terug te tellen, kun je ook bepalen hoeveel er weg zijn*, concludeert de leerkracht.
Vervolgens krijgen de bekers een plaats in de rekenhoek. Hier kunnen leerlingen in groepjes de oefenles naspelen. De leerkracht intervenieert daarbij door te vragen een toren te bouwen met twee verschillende kleuren bekers. Daarbij stelt ze dan vragen over de opbouw. *Hoeveel oranje, hoeveel rode bekers? Hoeveel blauwe, hoeveel roze bekers? Welke sommen passen daarbij?* Zie afbeelding 3a en 3b.

Of ze vraagt bijvoorbeeld de toren groter te maken door het toevoegen van zogenaamde trappetjes. *Hoeveel bekers heb je voor elke volgende trap nodig? Hoeveel bekers houd je over?* Zie ook afbeelding 4.

Productief versus reproductief

In deze voorbeeldles komen twee voorbeelden van productief oefenen naar voren. Zo is er sprake van een flexibele didactische aanpak. De leerkracht gaat door op wat de leerlingen inbrengen. Simon ziet er een driehoek in en de leerkracht brengt bij het bepalen van het aantal weggehaalde bekers het beeld van de driehoek in herinnering. Tamara meent dat de onderste rij is weggehaald en de leerkracht laat zien dat een trappetje weghalen evenveel bekers telt als het weghalen van de onderste rij. Door de leerlingen te laten experimenteren met de bekers en het plegen van interventies daarbij, is deze oefenles te classificeren als voortbrengend ofwel scheppend, ook een kenmerk van productief oefenen. In het overzicht op de volgende pagina staan de belangrijkste verschillen tussen productief en reproductief oefenen in kernwoorden.

Groep 3&4: Waku-waku zegt: *Tien!*

De leerlingen kennen de verliefde harten uit hun hoofd en de leerkracht staat met een handpop aan haar hand voor de groep.[2] *Dit is Waku-waku en hij kan alleen maar tien zeggen. Om hem nu slim te laten lijken bedenk je zoveel mogelijk sommetjes waar 10 uitkomt.*[3] Wie alleen aan de verliefde harten denkt, is snel klaar. De leerkracht oefent daarom eerst mondeling. Ze laat Waku-waku ja knikken als de som al is gezegd en nee schudden als het antwoord geen 10 is. Wellicht is er een leerling die denkt aan sommen als 'elf eraf één' of 'twintig eraf tien'. Op het rekenrek kan aan de rest van de leerlingen worden getoond dat dit inderdaad tien is. Eraf-sommen kunnen dus ook. *Als je aan eraf-sommen denkt, zijn de mogelijkheden oneindig,* zegt de leerkracht. Ze noteert de opgave *11–1* op het bord. Vervolgens schrijven de leerlingen zoveel mogelijk sommen voor Waku-waku op. Zie afbeelding 5. De opgaven tijdens de mondelinge bespreking laat ze op het bord staan. De zwakkere rekenaars zullen

4



De toren groter gemaakt.

Productief versus Reproductief oefenen	
Flexibele didactische aanpak	Strakke methodische regels
Voortbrengend	Nabootsend
Beoefenen	Inoefenen
Flexibiliseren	Automatiseren
Meersporig, gevarieerd rekenen	Eensporig, receptmatig rekenen
Uitprinten	Inprenten

ze overschrijven en dit als aanmoediging ervaren.

Alle eigen gemaakte producties dienen als matras voor zijn bed in de groep. Hoe meer velletjes met sommen, hoe zachter Waku-waku ligt en des te beter hij slaapt. En hoe meer uitgerust Waku-waku is, des te meer hij van de leerlingen kan leren.

In dit voorbeeld bevestigt de leerkracht een doosje met het getal *10* aan de muur. Ze maakt boven in dit doosje een gleuf. Gedurende de week waarin de leerlingen opgaven moeten maken waar 10 uitkomt, kunnen ze hun producties in het doosje met *10* posten. Waku-waku houdt de wacht bij de producties. Er is voor hem een bed met een matras en een deken beschikbaar gesteld. Na verloop van tijd breidt het aantal doosjes aan de muur zich uit. Waku-waku leert namelijk ook nog andere getallen zeggen. Zie afbeelding 6.

Eigen producties generen weer nieuwe producties

Van tijd tot tijd analyseert de leerkracht het werk van de leerlingen. Ze neemt eigen producties van leerlingen die volgens een bepaalde systematiek werken over op het bord. Onder deze rijtjes tekent ze de pootafdrukken van Waku-waku. Het idee hierachter is dat hij per ongeluk de rest van de rijtjes heeft uitgeveegd. *Wat zou er kunnen hebben gestaan?* Leerlingen krijgen de opdracht een rijtje te kiezen en deze zo lang te maken als ze kunnen. Zie afbeelding 7.

De leerkracht verwoordt hoe je kunt weten wat de volgende som in een rijtje moet zijn: *Elf eraf één is tien wordt gevolgd door twaalf eraf twee is tien en daarna komen dertien eraf drie is tien en veertien eraf vier is tien. Het aftrektal en de aftrekker worden allebei telkens met eentje opgehoogd. De volgende moet dus vijftien eraf vijf is tien zijn. Dat het verschil telkens tien blijft is ook logisch, want als je moeder en jij op dezelfde dag een jaartje ouder worden, blijft de een altijd hetzelfde aantal jaren ouder dan de ander.*

5



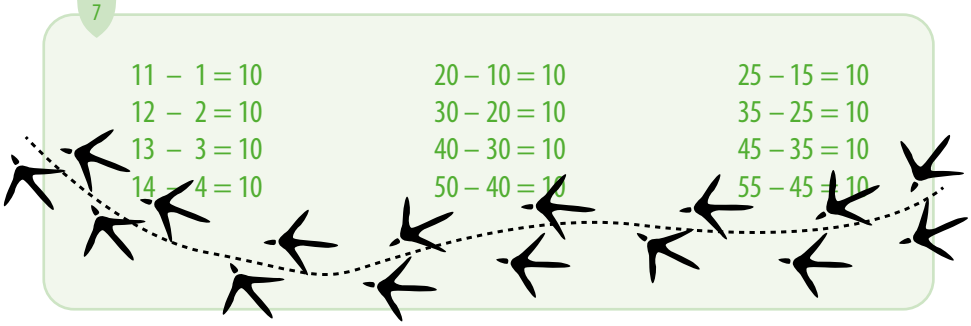
Werkblad 78: Waku-waku zegt: Tien.[4]

6



Waku-waku leert behalve 10 ook 5, 20, 1, 2, 3 en 15 te zeggen.

7



Waku-waku heeft met zijn pootjes de rest van de rijtjes uitgeveegd. Kies een rijtje uit en maak hem zo lang je kunt.

Eigen producties als didactisch middel

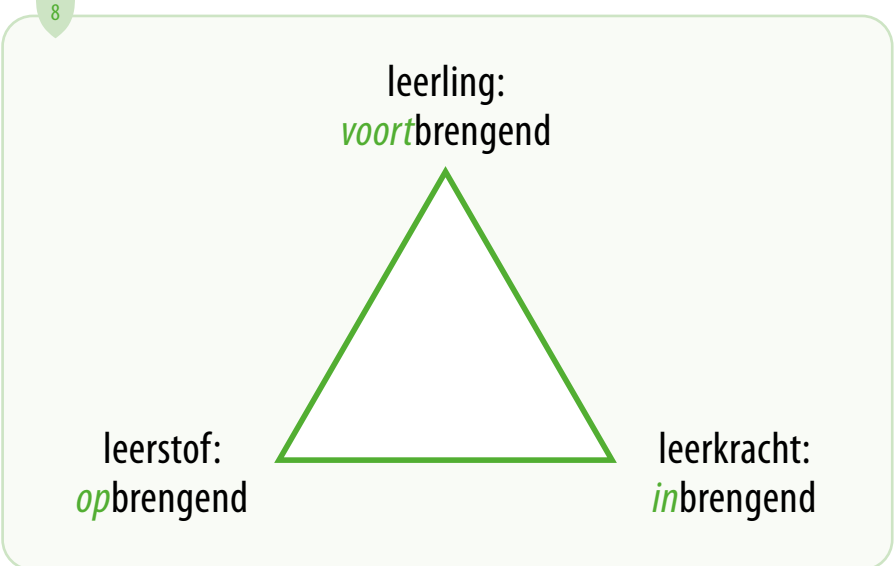
Met het laten maken van eigen producties heeft de leerkracht een didactisch middel in handen waarmee de essentie van het productief oefenen in de praktijk kan worden gebracht. Zij heeft een inbrengende rol en bedenkt dat Waku-waku bijvoorbeeld *tien* kan zeggen. De leerlingen hebben een voortbrengende rol en produceren zoveel mogelijk sommen waar *tien* uitkomt. Voor de leerstof is dit opbrengend. Leerlingen ontdekken structuren in de telrij, eigenschappen van operaties, de relatie met andere operaties en strategieën voor het handig en verkort oplossen van opgaven. Ook raken ze vertrouwd met de formele sommentaal en worden basisfeiten met behulp van eigen producties (verder) ingeslepen. Eigen producties bestaan hier hoofdzakelijk uit het bedenken van opgaven door de leerlingen. De kern van het productieve oefenen – het zogenaamde productivisme – ziet er in de didactische driehoek uit zoals weergegeven in afbeelding 8.

Groep 5&6: Vreemde eend in de bijt

De leerkracht kondigt aan dat het getal van de dag *ongeveer honderd* is. *Wie weet een opgave waar ongeveer 100 uitkomt? Schrijf maar op je wisbordje.*[5] Ze geeft als tip dat ze aan de vrienden van 100 kunnen denken en daar dan iets van af kunnen halen of bij kunnen doen. Gedacht kan dus worden aan *50+51* of *38+60. Wie weet een aftrekopgave waar ongeveer 100 uitkomt?* De leerlingen houden hun wisbordje omhoog en ze noteert een aantal opgaven van de leerlingen op het bord. Ze komen met opgaven als *101–2* of *200–101*. Dit doet haar besluiten ook naar aftrekopgaven met grotere getallen te vragen. *1000–901* of *543–444* zijn daar voorbeelden van. *Tussen welke getallen moet het antwoord liggen zodat we nog kunnen spreken van ongeveer 100?*, vraagt ze zich hardop af. De leerlingen kiezen als ondergrens negentig, dus *–10*, dan moet de bovengrens *+10*, dus honderdtien zijn. Vervolgens krijgen ze de opdracht om opgaven met ongeveer 100 als uitkomst te noteren op hun wisbordje. Dit mogen ook keer- en deelsommen zijn. *Maar let wel, er moet één vreemde eend in de bijt tussen zitten. Deze hoort er niet bij.* In afbeelding 9 zijn voorbeelden van opgaven opgenomen met een uitkomst van *ongeveer 100* en *een vreemde eend in de bijt.*

Wie de voorkant heeft volgeschreven, tekent op de achterkant van zijn wisbordje een spreekwoordelijke eend en noteert daarin de opgave die op de voorkant als vreemde eend in de bijt geldt. Vervolgens zoeken leerlingen bij elkaar de vreemde eend in de bijt. Dit gaat volgens de coöperatieve werkvorm *Mixen en fixen*: de leerlingen lopen door het lokaal met in hun ene hand hun wisbordje en steken de andere hand in de lucht ten teken dat ze vrij zijn. Als ze iemand tegenkomen die ook vrij is, begroeten ze elkaar met een *high five*. Vervolgens laten ze elkaar de voorkant van hun wisbordje zien, wijzen bij elkaar de vreemde eend aan en verwoorden waarom de keuze daarop is gevallen. Ter controle draaien ze de wisbordjes om. Zie afbeelding 10a en 10b.

8



Didactische driehoek van het productivisme.

9

70 + 28	3 x 33	1000 ÷ 11
9 x 10½	295 – 97	2000 ÷ 22
145 – 54	66 + 33	601 – 499

'295-97' is de vreemde eend in de bijt, omdat hier niet 'ongeveer 100' uitkomt.

Tot slot bedanken ze elkaar met een *high five* en lopen allebei verder op zoek naar een ander vrije leerling waarvan ze de vreemde eend nog niet hebben opgezocht. In de nabespreking stelt de leerkracht aan de orde hoe je de vreemde eend in de bijt kan vinden zonder van elke opgave het precieze antwoord te berekenen. In een volgende oefenles herhaalt ze deze oefening met andere mooie, ronde getallen zoals duizend en tweehonderdvijftig.

Eigen producties inzetbaar bij schattend leren rekenen

In deze productieve oefenles staat het gebruik maken van regels voor afronden bij bewerkingen centraal. Leren afronden hoort tot het rekendomein van het schattend rekenen. Het algemene doel hiervan is dat leerlingen eind groep 6 getallen tot 100.000 kunnen afronden volgens de standaardregel en dat ze van afgeronde getallen kunnen aangeven in welk gebied het oorspronkelijke getal gelegen heeft. Ook kunnen ze optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen in dit getallengebied waarbij ze afronden volgens de standaardprocedure. Het laten maken van eigen producties heeft hierbij een aantal belangrijke voordelen. Deze voordelen worden toegelicht aan de hand van de voorbeeldles voor groep 7&8 *Breukenhapperen*.

Groep 7&8: Breukenhapperen

De leerlingen hebben samen met de leerkracht een breukentafel ingericht en zodoende kennisgemaakt met de uitspraak en notatie van breuken, een aantal aspecten van breuken (deling, maat en deel-geheel) en modelcontexten voor breuken (pizza, schaakbord, schaal tank, verzameling poppetjes). Ze zitten echter nog steeds in de fase van de begripsvorming omtrent breuken en de leerkracht besluit het begrip verder te verdiepen aan de hand van het laten maken van een breukenhappertje. Van een vierkant vel papier vouwen de leerlingen het happertje aan de hand van een vouwreeks. Zie afbeelding 11.

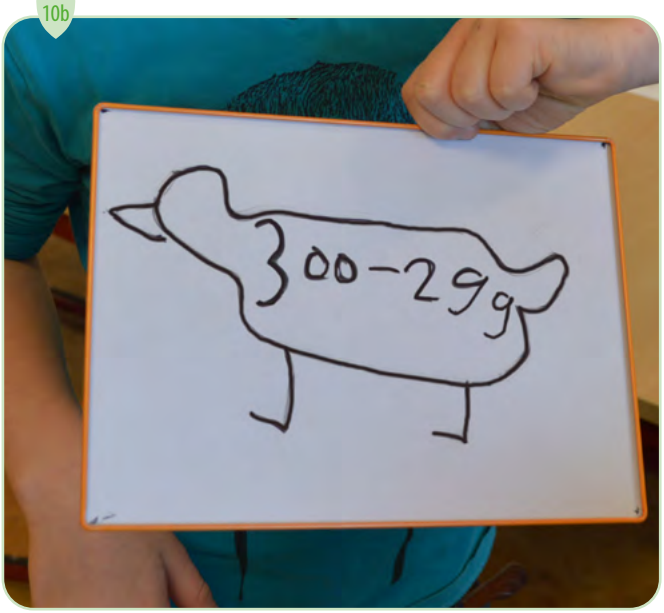
Het vouwsel verkregen bij stap 6 draaien de leerlingen om en vervolgens tekenen ze op elke halve driehoek een opdracht. In totaal moeten ze dus acht opdrachten bedenken. De antwoorden worden achter

10a



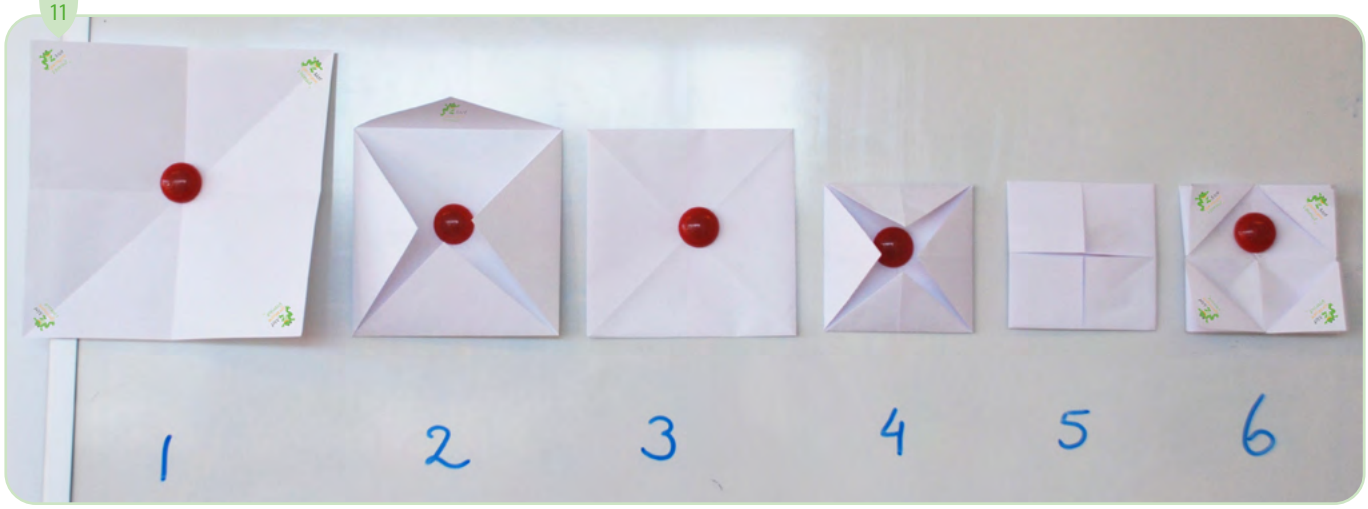
Wie klaar is, loopt rond en zoekt bij een andere leerling de vreemde eend in de bijt.

10b



Ter controle wordt het wisbordje omgedraaid. De opgave die geldt als de vreemde eend is zichtbaar.

11



Vouwreeks voor vouwen van het happertje.

de betreffende driehoeken geschreven. De vraag bij de opdrachten moeten ze zelf onthouden. De leerkracht heeft een voorbeeld-happertje gemaakt waarop elk model (cirkel, rechthoek, strook en groep) vertegenwoordigd is. Ze bespreekt haar happertje voordat de leerlingen aan de slag gaan. De vraag bij de vijf smileys (groepjesmodel) waarvan er vier lachen luidt: *Welk deel van de smileys lacht?* Zie afbeelding 12. Het antwoordt dat daarbij hoort, luidt: $\frac{4}{5}$. Dit staat achter de driehoek waarop de smileys zijn getekend.
Als er een aantal leerlingen klaar is, kan het Mixen en fixen beginnen. Dit gaat zoals beschreven bij de voorbeeloefenles voor groep 5&6 *Vreemde eend in de bijt*. Nieuw is dat een gevormd paar eerst de code kraakt en dan een opdracht kiest. De ene leerling noemt daartoe een breuk (met in de noemer minimaal 2 en maximaal 10), bijvoorbeeld $\frac{1}{6}$. De andere leerling vult tellend met breuken aan tot 1, in dit voorbeeld:
$\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$ en $\frac{5}{6}$ (want $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}=1$).
Hij beweegt hierbij op elke tel met zijn duimen en wijsvingers in de daarvoor bedoelde ruimtes het happertje van de ene stand (er zijn vier tekeningen te zien) naar de andere stand (er zijn vier andere tekeningen te zien). Op de laatste tel wordt gestopt en kiest de ene leerling een opdracht uit de vier opdrachten die nu te zien zijn. De maker van het happertje stelt de vraag die hierbij hoort. Het antwoord wordt gecontroleerd door de achterkant van de opdracht te bekijken. Hierna wisselen ze van rol. In de nabespreking worden opmerkelijke opdrachten interactief, klassikaal besproken. *Kijk nog eens naar de opdracht met de zes poppetjes waarvan twee rood en vier groen zijn. Welk deel is rood?* Dat is $\frac{2}{6}$, maar ook $\frac{1}{3}$! Zie ook afbeelding 12.

12



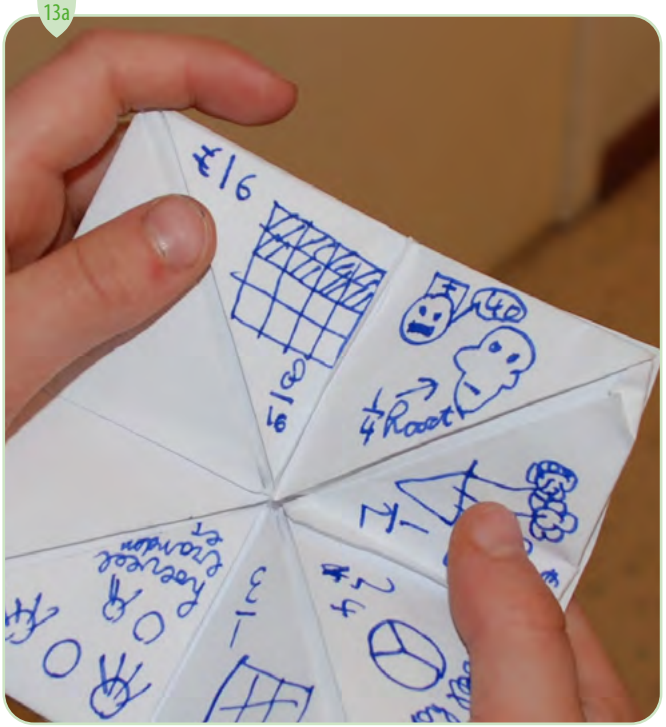
Op het breukenhappertje tekenen de leerlingen acht opdrachten. De antwoorden noteren ze achter de opdrachten.

Voordelen eigen producties

In andere reken-wiskundeprogramma's dan Met Sprongen Vooruit ontbreken productieve oefenlessen en het laten maken van eigen producties veelal. Wat is nu het voordeel van zo'n les waarbij leerlingen wel de gelegenheid krijgen tot het maken van eigen producties? Het laten maken van eigen producties:

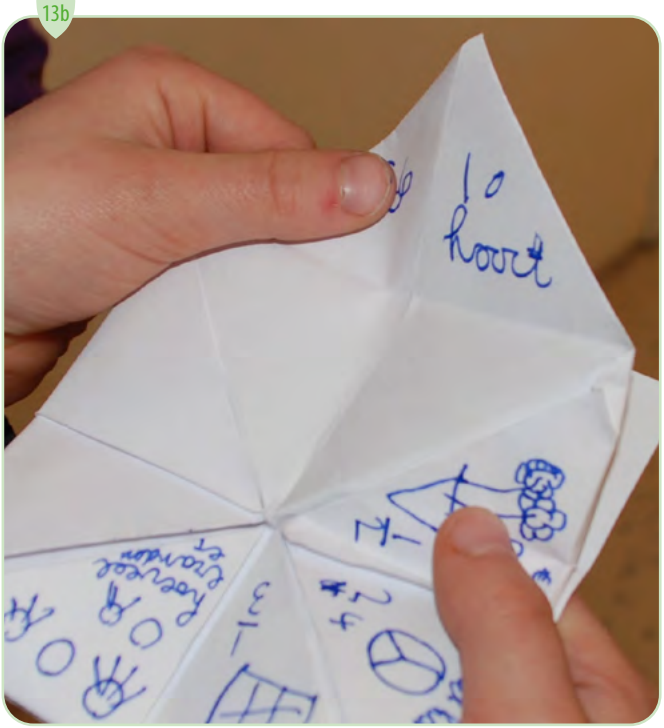
- geeft inzicht in wat leerlingen kunnen. Tekenen ze de voorbeelden alleen maar na? Of kunnen ze erop variëren? Lukt het om de opdracht erbij te verzinnen of hebben ze steun aan woorden op het bord zoals *Welk deel van ...?* Kunnen ze met kommagetallen, procenten en verhoudingen ook een happertje maken?
- sluit aan op de zone van de naaste ontwikkeling.
  Gaat deze oefenles voorspoedig dan kan er ook eens een breukenhappertje worden gemaakt waar de breuk als operator fungeert. Zie afbeelding 13a en 13b.
  Als dit niet lukt, moet wellicht teruggestapt worden naar het maken van een happertje waarmee de tafels van vermenigvuldiging ingeoefend kunnen worden.
- biedt mogelijkheden om te differentiëren.
  Ten aanzien van de inhoudelijke differentiatie: Ieder bedenkt naar eigen kunnen een happertje. Voor leerlingen wie dat willen is er een voorbeeld-happertje.
  Ten aanzien van de organisatorische differentiatie: Als er zes à tien leerlingen klaar zijn met het vullen van hun happertje kan het rondlopen en oplossen van elkaars happertje reeds beginnen. Niet iedereen hoeft acht opdrachten te bedenken. Als je in beide standen twee opdrachten hebt, valt er tijdens Mixen en fixen ook al wat te kiezen.
- helpt leerlingen sneller door de leerstof.
  Bij het maken van happertjes kruipen de leerlingen in de rol van methodemakers. Dit betekent dat ze binnen de kortste keren boven de leerstof zullen uitstijgen. In mum van tijd boeken ze meer leerrendement dan wanneer ze slechts volgen van wat iemand anders voor hen heeft bedacht.
- maakt schrappen van overige (overbodige) lessen eenvoudiger.
  Alles is aan de orde geweest: soorten breuken, aspecten van breuken, modelcontexten / ondersteunende modellen.
- werkt stimulerend en motiverend.
  Alleen al het vooruitzicht te mogen rondlopen als je happertje af is, zorgt voor enthousiasme en vlijt. Ook de esthetische waarde, iets moois creëren, werkt aanstekelijk.
- genereert weer nieuwe producties.
  Laat het happertje openvouwen en vraag $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ en $\frac{1}{64}$ op de achterkant te arceren. Zie ook afbeelding 14a en 14b. *Wat valt op? Tot hoever kun je doorgaan?*

13a



De dokter zegt: Veertig. De patiënt hoort voor één vierde deel en ...

13b



... hoort dus: Tien!

14a



Vouw het happertje open en arceer $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ en $\frac{1}{64}$ deel.

14b



Voorbeeld van oplossing.

De auteur is werkzaam bij het Julie Menne Instituut te Baarn.

Een vergelijkbaar artikel onder de titel 'Productief oefenen' is gepubliceerd in M. van Zanten (Ed)., Rekenen en wiskunde in de 21ste eeuw: Ideeën en achtergronden voor primair onderwijs, Panama - NVORWO – Universiteit Utrecht – SLO, p.91-100. Beide artikelen zijn dezelfde auteur.

Noten:

1 *De bekers maken deel uit van de kist Rekenmaterialen oefenlessen groep 1&2.*
2 *Een verliefd hartenpaar bestaat uit twee hartjes die elk een getal bevatten en aan elkaar vastzitten. De twee hartjes zijn samen 10. Een hartenpaar kan open en dicht worden geklapt. Dus als een leerling slechts één hart ziet, kan hij bedenken wat op het andere hart staat. In totaal zijn er zes paren: 5 en 5; 6 en 4; 7 en 3; 8 en 2; 9 en 1 en; 10 en 0. De verliefde harten maken deel uit van de kist Rekenmaterialen oefenlessen groep 3&4.*
3 *Waku-waku maakt deel uit van de kist Rekenmaterialen oefenlessen groep 3&4.*
4 *Dit werkblad zit in de werkbladenmap groep 3&4 en deze maakt deel uit van de kist Rekenmaterialen groep 3&4 Vervolg.*
5 *De wisbordjes en stiften maken deel uit van de kisten Rekenmaterialen oefenlessen groep 3&4, 5&6 en 7&8 en zijn ook los verkrijgbaar*

Julie Menne Instituut

Onder de naam Met Sprongen Vooruit geeft het Julie Menne Instituut gerichte vakdidactische cursussen in effectief reken-wiskundeonderwijs. Er zijn cursussen voor leerkrachten in groep 1&2, 3&4, 5&6 en 7&8. Kenmerkend voor de cursussen is dat leerkrachten zich bekwamen in het geven van productieve, interactieve reken-wiskundelessen. Met het geven van de lessen start u al direct na de eerste cursusbijeenkomst. Dit kan, omdat de cursus tezamen met het cursusmateriaal voor een belangrijk gedeelte voorziet in het lesmateriaal.



Cursusmaterialen Met Sprongen Vooruit groep 1 t/m 8

Met de cursussen, het cursusmateriaal en de rekenmaterialen biedt Met Sprongen Vooruit een volledig dekkend programma voor het reken-wiskundeonderwijs in groep 1&2. Voor de groepen 3 t/m 8 is het programma ten aanzien van de leerstofdomeinen Meten en Meetkunde nog in ontwikkeling. Dit betekent dat Met Sprongen Vooruit voor groep 3&4 volledig dekkend zal zijn vanaf schoooljaar 2020-2021, voor groep 5&6 vanaf schooljaar 2021-2022 en voor groep 7&8 vanaf schooljaar 2022-2023. Meer informatie vindt u op www.metsprongenvooruit.nl

Hieronder vindt u een overzicht van de Rekenmaterialen Met Sprongen Vooruit groep 1 t/m 8. In de Rekenkalenders vindt u wat u van dag tot dag aan de orde stelt.



















